

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1.В.03 Алгебраическая геометрия и алгебраические
группы

наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом

Направление подготовки / специальность

01.04.01 Математика

Направленность (профиль)

01.04.01.02 Алгебра, логика и дискретная математика

Форма обучения

очная

Год набора

2021

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Программу составили _____

Доктор физико-математических наук, Профессор, Нужин Яков

Нифантьевич;;;

должность, инициалы, фамилия

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель преподавания дисциплины

Целью дисциплины «Алгебраическая геометрия и алгебраические группы» является изучение основ интенсивно развивающейся теории алгебраических групп и алгебраической геометрии, а также приложения этих теорий.

1.2 Задачи изучения дисциплины

Предметом являются нетеровы кольца, кольцо многочленов $K[X]$ от n переменных над алгебраически замкнутым полем K . Аффинное пространство K^n , его аффинные многообразия и два основных соответствия аффинных многообразий в K^n и идеалов в $K[X]$. Топология Зарисского на аффинном пространстве и на аффинном многообразии V . Теоремы Гильберта о базисе и о корнях (нулях). Биjectивность соответствия между аффинными многообразиями в K^n и радикальными идеалами в $K[X]$. Проективное пространство $P^n(K)$ и проективное многообразие, их топология Зарисского, однородные полиномы, однородные множества. Биjectия проективных многообразий на однородные радикальные идеалы. Однородное координатное кольцо на V , его градуированность и конечное покрытие открытыми множествами, изоморфными аффинным многообразиям.

Произведение нетеровых топологических пространств и предмногообразий. Алгебраические многообразия, их морфизмы и изоморфизмы. Алгебраичность аффинных и проективных многообразий, замкнутых, открытых и локально замкнутых подмножеств алгебраического многообразия X , размерность неприводимого алгебраического многообразия X .

Алгебраические группы, их гомоморфизмы и изоморфизмы. Алгебраичность замкнутых подгрупп, прямых произведений и классических линейных групп над K . Замкнутые подгруппы в $GL_n(K)$, аффинные и линейные алгебраические группы. Связная компонента единицы линейной алгебраической группы G , ее замкнутость и нормальность, конечность индекса. Признак замкнутости произведения двух замкнутых подгрупп. Связность алгебраической группы, порожденной замкнутыми связными подгруппами. Гомоморфизмы в $GL_n(K)$ и рациональные представления алгебраической группы, совпадение ее размерности с суммой размерностей ядра и образа гомоморфизма.

1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине
	ПК-1: Способен применять в научно-исследовательской деятельности знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий

<p>ПК-1.1: Обладает достаточными фундаментальными теоретическими и практическими знаниями математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий для проведения в конкретной области профессиональной деятельности</p>	<p>Основные теории, историю и методы изучаемой дисциплины Анализировать факты и устанавливать закономерности в вопросах изучаемой дисциплины, ориентироваться в круге основных проблем изучаемой дисциплины Навыками самостоятельного получения и анализа информации в изучаемой дисциплине</p>
<p>ПК-1.2: Решает научные задачи в соответствии с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой</p>	<p>Основные положения и методы изучаемой дисциплины Применять знания и методы к решению задач в научно-исследовательской деятельности Основными методами и программными продуктами для достижения поставленной цели</p>

1.4 Особенности реализации дисциплины

Язык реализации дисциплины: Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется без применения ЭО и ДОТ.

2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	е
		1
Контактная работа с преподавателем:	1,06 (38)	
занятия лекционного типа	0,53 (19)	
практические занятия	0,53 (19)	
Самостоятельная работа обучающихся:	0,94 (34)	
курсовое проектирование (КП)	Нет	
курсовая работа (КР)	Нет	
Промежуточная аттестация (Экзамен)	1 (36)	

3 Содержание дисциплины (модуля)

3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

		Контактная работа, ак. час.							
№ п/п	Модули, темы (разделы) дисциплины	Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа				Самостоятельная работа, ак. час.	
				Семинары и/или Практические занятия		Лабораторные работы и/или Практикумы			
		Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС
1. Модуль I.									
	1. Введение в алгебраическую геометрию по статье А.И.Мальцева «Группы и другие алгебраические системы, 1956 г».	1							
	2. Начальные определения теории колец: кольцо, идеал, порождающее множество идеала, кольцо главных идеалов, делители нуля. Лемма о высшем члене произведения двух полиномов в кольце полиномов n переменных и ее следствие.	2							
	3. Факториальные кольца. Примеры нефакториальных числовых колец с разложением на простые множители.	2							
	4. Простые и максимальные идеалы. Лемма о двух эквивалентных условиях простоты идеала. Теорема о фактор-кольце по максимальному идеалу. Теорема о включении любого идеала в максимальный идеал в коммутативном кольце с единицей.	2							

5. Нетеровы кольца. Теорема об эквивалентных условиях нетеровости. Теорема Гильберта о базисе и ее следствия.	2							
6. Аффинные многообразия, радикальные кольца. Теорема о непустоте множества нулей любого собственного идеала кольца $K[x_1, \dots, x_n]$.	2							
7. Введение в алгебраическую геометрию по статье А.И.Мальцева «Группы и другие алгебраические системы, 1956 г».			1					
8. Начальные определения теории колец: кольцо, идеал, порождающее множество идеала, кольцо главных идеалов, делители нуля. Лемма о высшем члене произведения двух полиномов в кольце полиномов n переменных и ее следствие.			2					
9. Факториальные кольца. Примеры нефакториальных числовых колец с разложением на простые множители.			2					
10. Простые и максимальные идеалы. Лемма о двух эквивалентных условиях простоты идеала. Теорема о фактор-кольце по максимальному идеалу. Теорема о включении любого идеала в максимальный идеал в коммутативном кольце с единицей.			2					
11. Нетеровы кольца. Теорема об эквивалентных условиях нетеровости. Теорема Гильберта о базисе и ее следствия.			2					
12. Аффинные многообразия, радикальные кольца. Теорема о непустоте множества нулей любого собственного идеала кольца $K[x_1, \dots, x_n]$.			2					

13. Группы преобразований линейного пространства, индуцирующие коллинеации проективной геометрии. Классические группы. Теорема о полулинейном преобразовании, индуцирующем изоморфизм проективных геометрий.								6	
14. Основная теорема проективной геометрии. Свободный K -модуль, унимодулярный вектор, проективность. Обобщенная основная теорема. Группы $PGL(V)$, $PGL(V)$, $PSL(V)$.								4	
15. Квадратичные формы и квадратики проективных пространств. Схемы квадратичных форм поля и кольца. Гипотезы об элементарных типа QF - схем.								2	
16. Принцип дуальности. Теорема о порядке проективной плоскости.								4	
17. Теорема Брука-Райзера. Теорема о связи аффинной и проективной плоскости.								4	
2. Модуль II.									
1. Теорема Гильберта о нулях. Теорема о взаимно однозначном соответствии точек аффинного пространства и максимальных идеалов кольца $K[x_1, \dots, x_n]$.	2								
2. Топологические пространства. Примеры. Топология Зарисского.	2								
3. Аффинные алгебраические группы. Примеры.	2								
4. Связная компонента единицы линейной алгебраической группы G , ее замкнутость и нормальность, конечность ее индекса.	2								

5. Теорема Гильберта о нулях. Теорема о взаимно однозначном соответствии точек аффинного пространства и максимальных идеалов кольца $K[x_1, \dots, x_n]$.			2					
6. Топологические пространства. Примеры. Топология Зарисского.			2					
7. Аффинные алгебраические группы. Примеры.			2					
8. Связная компонента единицы линейной алгебраической группы G , ее замкнутость и нормальность, конечность ее индекса.			2					
9. Координатное кольцо $K[V]$ и его характеристика, неприводимые многообразия и неприводимые компоненты, связь неприводимости V и простоты идеала $J(V)$, пучок K -значных функций на V .							2	
10. Координатное кольцо $K[V]$ и его характеристика, неприводимые многообразия и неприводимые компоненты, связь неприводимости V и простоты идеала $J(V)$, пучок K -значных функций на V .							2	
11. Алгебраическое многообразие размерности 1. Плоские аффинные алгебраические кривые. Необходимость учёта бесконечно удалённых точек. Особенности алгебраических кривых. Примеры.							2	
3. Модуль III.								
1. Алгебраические группы, их гомоморфизмы и изоморфизмы. Алгебраичность замкнутых подгрупп, прямых произведений и классических линейных групп над K .							2	

2. Признак замкнутости произведения двух замкнутых подгрупп. Связность алгебраической группы, порожденной замкнутыми связными подгруппами.							2	
3. Теорема Шевалле о классификации простых алгебраических групп.							2	
4. Гомоморфизмы в $GL_n(K)$ и рациональные представления алгебраической группы, совпадение ее размерности с суммой размерностей ядра и образа гомоморфизма.							2	
Всего	19		19				34	

4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

4.1 Печатные и электронные издания:

1. Шафаревич И. Р. Основы алгебраической геометрии: монография (Москва: МЦНМО).
2. Хамфри Д. Е., Платонов В. П. Линейные алгебраические группы: пер. с англ.(Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит.).
3. Стейнберг Р., Кириллов А. А. Лекции о группах Шевалле: перевод с английского(Москва: Мир).
4. Горенштейн Д. Конечные простые группы: введение в их классификацию: перевод с английского(Москва: Мир).

4.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства (программное обеспечение, на которое университет имеет лицензию, а также свободно распространяемое программное обеспечение):

1. Специальное программное обеспечение в учебном процессе по данной дисциплине не используется.

4.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Для самостоятельной работы у студентов должен быть доступ к электронному каталогу НБ СФУ.

5 Фонд оценочных средств

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Методика проведения занятий допускает как использование технических средств (проекторы, интерактивные доски), так и классические аудиторные занятия, обеспечиваемые стандартными материально-техническими средствами.

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, в зависимости от нозологий, осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения.